

UNIVERSITÉ PARIS-NORD
CENTRE SCIENTIFIQUE
ET POLYTECHNIQUE

VILLETANEUSE, LE 30 JANVIER 1986

AV. J.-B. CLÉMENT
93430 VILLETANEUSE

TÉLÉPHONE : 821.61.70

P. SCHAPIRA
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

POSTE CS/PS

RÉFÉRENCE

Cher Grothendieck,

Je vous remercie très vivement de votre lettre*, et je vais essayer d'y répondre.

I. Je vous envoie ci-joint les pièces suivantes :

- a) Une Note de Mebkhout qui résume fidèlement je crois sa thèse de 3ème cycle, (je tiens celle-ci à votre disposition, mais il me semble mieux placé que moi pour vous l'envoyer). Il n'y est pas question de $\mathcal{D}_X^\infty \otimes \mathcal{D}_X^*$.
- b) Des extraits de l'article de Ramis (in L.N. G 94) dans lequel il attribue l'idée de la correspondance de R-H à Kashiwara (à ce sujet, cf. le témoignage capital de Malgrange, en II). Cet article contient aussi les énoncés clefs sur la régularité (Je n'ai aucune opinion sur la priorité réelle Ramis/Mebkhout mais du point de vue des publications, celle-ci semble nettement revenir à Ramis).
- c) Des extraits de l'article de Sato-Kashiwara-Kawai. Ceux-ci montrent clairement que les catégories dérivées ne sont pas un artifice de calcul mais au contraire le langage sans lequel leur théorie n'existerait pas (et ce, dès la première page !).
- d) Un reprint d'un article de Kashiwara et moi-même, qui n'a rien à voir dans l'affaire, si ce n'est illustrer l'usage des catégories dérivées en théorie des E.D.P. (à ce sujet, ce n'est pas dès 73, mais plutôt "dès" 76 que je me suis mis à les utiliser).
- e) Un preprint de Kashiwara-Kawai sur les systèmes holonomes S-R. Ce preprint n'est pas daté, mais la lecture de sa bibliographie montre qu'il est antérieur au "Colloque des Houches". A mon avis il date de début 78.

* et de votre livre que je viens de recevoir, à l'exclusion de la partie II de l'Enterrement"

- f) L'article de K-K aux Houches, (très voisin de e)). Il n'y est pas question de R-H, mais personne n'a jamais dit le contraire.
- g) Un extrait d'une Note aux C.R.A.S. de Lê-Mebkhout, et d'une Note de Mebkhout, au sujet de l'holonomie de $H^1_{[Y]}(\mathcal{O}_X)$. Dans la première les auteurs réfèrent à Kashiwara, dans la seconde, Mebkhout écrit curieusement : "cf. [1]" et $[1] = \text{Björk}$.
- h) Deux articles de Kashiwara de 76 et 78, liés à cette question
 $(= R\Gamma_{[Y]}(\mathcal{O}_X) \text{ holonome})$.
- i) Une Note de Kashiwara de 73 qui prouve qu'il savait dès cette époque que \mathcal{M} holonome $\implies \mathcal{E}^{j, \text{xt}}_{\mathcal{D}_X}(\mathcal{M}, \mathcal{O}_X) \mathbb{C}$ -constructible.

II. Riemann-Hilbert (= R-H). a) Une information nouvelle, et capitale est la suivante. J'ai vu Malgrange (peu suspect de sympathies pro-japonaises) le 25-1-86 (témoin : Houzel). Il m'assure que l'énoncé de la conjecture de la correspondance de R-H lui a été communiqué par Kashiwara, à Stockholm, le 1er mai 1975 (± 1 semaine). Il se souvient de la date car elle correspond à la chute de Saïgon !

b) Je ne considère pas que l'exposé de Kashiwara au Séminaire Goulaouic-Schwartz soit une plaisanterie. Il contient les grandes lignes de la démonstration qu'il développe dans [Publ. RIMS 20, 319-365, (1984)]. Il construit à cette occasion son foncteur $\text{TH}(\bullet) = \text{T-Hom}(\bullet, \mathcal{D})$ sur les faisceaux \mathbb{R} -constructibles, grâce aux distributions (= $\mathcal{D}b$), développant ainsi une idée de Martineau. Ce foncteur $\text{TH}(\bullet)$ est je crois très important, pas seulement pour R-H.

c) Voici donc, ma version de l'historique du problème de R-H :

i) $D^b(\mathcal{D}_X)_h \longrightarrow D^b(\mathbb{C}_X)_{\text{const}}$ Kashiwara 73 (en terme de cohomologie, pas de catégories dérivées).

ii) Conjecture de l'équivalence de catégories

$$D^b(\mathcal{D}_X)_{\text{hr}} \longleftrightarrow D^b(\mathbb{C}_X)_{\text{cons}}$$

Kashiwara 75 .

iii) Démonstration de l'équivalence

$$D^b(\mathcal{D}_X^\infty)_h \longleftrightarrow D^b(\mathbb{C}_X)_{\text{const}}$$

Mebkhout 78.

iv) Démonstration de ii) : Kashiwara 79-84, Mebkhout 79(?) - 84 .

Cela ne veut pas dire que Kashiwara dans iv) n'ait pas été stimulé par iii).

Evidemment un historique sérieux de cette correspondance devrait remonter bien avant. De toutes façons cette formulation n'a vu le jour que grâce aux faisceaux, aux catégories dérivées, à la théorie des \mathcal{D} -modules et des modules holonomes (cf. Kashiwara, mais aussi Bernstein). Il faudrait aussi citer le livre de Deligne (LN 163), etc ...

III. Deux réponses à vos questions.

- a) Quand je dis que dans son exposé privé de 75 Kashiwara invoquait votre théorème de comparaison, je parle du théorème :

$$H_{DR}^*(\mathcal{O}_X(*Y)) \xrightarrow{\sim} Rj_* \mathbb{C}_U$$

Y fermé dans X lisse, $U = X \setminus Y$.

- b) Quand j'écris que vous utilisez vous-même les méthodes que vous dénoncez, je fais allusion à :
- i) Votre sous-estimation systématique et très importante de l'oeuvre de Kashiwara,
 - ii) Ce que j'appelle la calomnie au sujet de la conjecture de Kayhdan-Lutzig, mais votre attitude est peut-être due à ce que vous sous estimez complètement la difficulté du problème, même ayant "R-H" en mains,
 - iii) Enfin des phrases du type " \mathcal{D}_X^∞ est connu pour être fidèlement plat sur \mathcal{D}_X " (citation de mémoire). L'introduction de \mathcal{D}_X^∞ dans la théorie est suffisamment importante pour que l'on mentionne les auteurs (= S-K-K)

IV. Au sujet de Mebkhout

- a) Sa lettre d'injures n'est pas la première, mais la dernière d'une série de 4 ou 5 lettres qui ne valaient guère mieux. L'une contenait même ce qui ressemble à des menaces : "... de telles malhonnêtetés ne resteront pas impunies". D'autre part sa lettre aux éditeurs de Springer, tentant de les dissuader de me publier, alors qu'il n'avait aucune idée de mon manuscrit, est un acte indigne (analogue à une dénonciation anonyme) et votre défense non convaincue de ce point ne me convainc pas.
- b) Je n'ai jamais pensé une seconde que Mebkhout était "brimé" par l'institution mathématique. Il n'a rien du "paria" qu'il prétend être, et s'il a écrit l' "historique" de la fin de Astérisque 130, ce n'est tout de même pas par hasard.

- c) Dans votre lettre vous dites Mebkhout extrêmement scrupuleux sur ces sources. Cette affirmation est contredite par son article "Local cohomology", où il ne cite pas l'essentiel (i.e. : l'exposé privé de Kashiwara), par sa thèse (cf. ce qu'en pense Houzel) et à mon avis par à peu près tous ses articles, mais je n'ai pas envie d'en faire l'analyse. Le cas le plus extrême de malhonnêteté est cependant le tableau "historique" de Astérisque 130, dans lequel il encense certains et en ignore d'autres, suivant l'unique critère de son humeur (du moins, autant que cela est possible). Le fait qu'il écrive en bas de page qu'il a essayé d'être "juste" (de quel droit rend-t-il la justice ?) est un monument d'hypocrisie, (peut-être inconsciente). A ce sujet je considère votre phrase, p. 8, e) "... histoires de spécialistes qui me passent par dessus la tête", comme irrecevable de la part de quelqu'un qui, qu'il le veuille ou non, fait un travail d'historien des mathématiques (cf. V, plus bas).

V. Votre livre. Je ferai une remarque que je crois fondamentale. C'est un livre d'histoire critique des mathématiques d'aujourd'hui, et qui demande donc la même rigueur que n'importe quel ouvrage scientifique. Il comporte au moins deux aspects :

- a) Celui qui concerne vos anciens élèves et ce qu'ils ont fait de vos idées. Il s'agit d'une histoire que vous avez vécue et dont les faits sont, j'imagine, acceptés par tous.
- b) Celui qui concerne les \mathcal{D} -modules. Là, vous vous appuyez exclusivement sur les informations (souvent purement orales) fournies par Mebkhout, et vous n'avez même pas lu les articles que vous attaquez. Permettez moi de vous dire que ce manque de sérieux sautera aux yeux de n'importe qui connaissant un peu le sujet, et ruinera la crédibilité de l'ensemble de votre livre. (C'est peut-être le calcul qu'ont fait certains de ceux qui ne vous ont pas répondu). Mais sur ce point, je ne parle pas de quelques erreurs que l'on peut corriger par une note en bas de page. C'est toute votre vision de la vie mathématique entre 73 et 81 qui est déformée. Par exemple, s'il fallait absolument mettre un nom à l'origine des idées du "Colloque Pervers" c'est sans doute ceux de Kashiwara et Mac Pherson qui s'imposeraient et sûrement pas celui de Mebkhout.

VI. Le (ou les) enterrement(s)

Je maintiens ce que j'ai écrit dans ma première lettre à votre sujet : il ne s'agit pas d'une formule de style. Je sais que vous êtes à l'origine de l'essentiel des outils et de beaucoup des idées que j'utilise (Leray et Sato jouant eux aussi un rôle très important).

Cela dit :

- i) il est très difficile de citer des idées profondes (une "philosophie") lesquelles idées apparaissent à travers une multitude d'articles, de thèses d'élèves, etc ...
- ii) certaines idées sont intégrées (plus ou moins) dans l'inconscient collectif, ou pour dire la même chose de manière moins pédante, sont devenues "classiques", (ex. : les faisceaux, la cohomologie, les six opérations),
- iii) les citations ont un double objet : historique et scientifique (parfois aussi pédagogique). On a tendance à privilégier le second, d'autant que le premier est souvent plus difficile à cerner.

Pour prendre un exemple concret, celui de mon livre avec Kashiwara. Nous vous citons pour deux points tout à fait mineurs par rapport à ce que votre influence a été, (j'en ai d'ailleurs eu conscience sur le moment, sans en tirer de conséquences). En y réfléchissant maintenant je m'aperçois que la tâche (de vous citer) n'était pas si simple, sauf à faire un historique de la théorie des faisceaux, remontant à 1945 et incluant en particulier J. Leray, que l'on ne cite d'ailleurs jamais. Rappelons que nous ne disposons d'aucun texte de vous sur des catégories dérivées, ni sur $f^!$.

Pour conclure sur cette partie, je crois que vous vous trompez complètement sur l'attitude du "public" (i.e. les gens comme moi) à votre égard. Ce n'est pas par lâcheté que l'on ne vous cite pas, car il n'y a aucun risque à le faire. (Quand vous parlez du "courage" de Mebkhout qui ose vous citer cela n'a aucun sens. Par contre Mebkhout est sûrement celui qui insiste le plus sur votre rôle historique, et en cela il a parfaitement raison). Si l'on ne vous cite pas, c'est plutôt par paresse (ne pas avoir lu SGA), par manque de références précises (ex. : les catégories dérivées) ou plus simplement parce que vos idées sont devenues classiques.

VII. Pour conclure. Quel est mon but dans cette correspondance avec vous ? Ce n'est sûrement pas de défendre l'institution mathématique, ni ses représentants pour qui je n'ai qu'une sympathie très modérée. Pas plus de "défendre" Kashiwara, qui est assez grand pour le faire tout seul s'il le juge nécessaire. Ce n'est pas non plus, malgré les apparences, pour "enfoncez" Mebkhout pour qui malgré ses injures et ses menaces, je n'éprouve aucun ressentiment (ni sentiment). Je le considère plutôt comme une victime du climat régnant : s'il s'est attribué, peut-être inconsciemment, tous ces résultats et toutes ces idées, la responsabilité en incombe beaucoup à ce milieu qui par son silence, l'a laissé s'enfermer.

Enfin mon but n'est pas de vous faire corriger quelques erreurs flagrantes de votre livre, corrections qui feraient d'autant mieux passer le reste, car je pense malheureusement qu'une bonne partie de votre livre est fondamentalement erronée (je me répète).

Si je vous ai écrit donc, c'est que je crois à l'importance de la vérité historique, y compris en mathématiques, même si je sais que ce concept n'est pas aussi simple qu'il y paraît. Cette vérité ne peut voir le jour qu'à travers de multiples témoignages souvent contradictoires (ce qui n'implique nullement que des témoins soient de mauvaise foi).

En un mot je ne voudrais pas plus que vous, que le style "Orwell-1984" gagne les mathématiques. Restant à votre disposition.

Très cordialement,

Pierre SCHAPIRA

P.S.1. le même que dans ma première lettre.

2. Houzel m'a promis de vous écrire très vite.

3. pour tout courrier urgent vous pouvez m'écrire chez moi :

30, villa Daviel - 75013 PARIS

31.1.86

154 Cette lettre ne reflète
qu'un aspect des réflexions qu'un
survol rapide des premières
pages et des pages 1022 → 1250 de
votre livre m'inspire. Mais
il y aurait déjà trop de choses
à dire*, et je recule devant
la tâche.

Bien à vous

V. Schapiro

* à dire ne veut pas dire à contredire -
les critiques ne concernent que la
partie "D-module".