

Travaux de Thèses

par

Alexander Grothendieck

Transcription by



Edited by Mateo Carmona
mateo.carmona@csg.igrothendieck.org
Centre for Grothendieckian Studies (CSG)
Grothendieck Institute
Corso Statuto 24, 12084 Mondovì, Italy

© 2024 Grothendieck Institute
All rights reserved

This transcription is derived from an unpublished scan provided by the Montpellier archive with the reference “Cote n° 66.” This project was carried out by researchers and volunteers of the CSG under the supervision of Mateo Carmona. More details are available at:

<https://csg.igrothendieck.org/transcriptions/>.

How to cite:

Alexander Grothendieck. *Travaux de thèses*. Unpublished note. 1964. Transcription by M. Carmona et al., CSG, Grothendieck Institute. Draft, February 2025.

TRAVAUX DE THÈSES

1964

Numéros cerclés sont sans doute difficiles.

NB. Les sujets 1 à 10 et 20, 21, 26, 27, 28 sont de nature essentiellement cohomologique. 10, 19, 23, 24, 25 relevant de la théorie des intersections ; 11, 12, 13 se rattachent à la théorie de Néron. 14, 15, 22 théorie des topos... 17, 18 yoga de représentabilité des foncteurs.

- 1) Topologie et cohomologie fppf : formalisme général [*Relation avec la cohomologie cristalline*]
- ② Topologie et cohomologie fppf : dualité (locale, globale)
- ③ Partie p -primaire dans formule de Ogg-Chafarévitch
- ④ Formule de Riemann-Roch en cohomologie étale, coefficients discrets. Relation avec représentations d'Artin supérieures. [Formule de χ pour revêtement étale d'un schéma propre...].
- 5) Formule de χ pour variétés abéliennes avec anneaux d'opérateurs (variante de Ogg-Chafarévitch).
- 6) Formules de Lefschetz explicites (coefficients discrets étales ou "continus" cohérents). Représentations d'Artin du point de vue cohérent...

- ⑦ Cohomologie des schémas de type fini sur \mathbf{Z} ; théorème de dualité globale satisfaisant (améliorant Artin).
- ⑧ Formalisme de dualité, du point de vue des complexes d'opérateurs différentiels. Coefficients à connexion intégrable... lien avec "cristaux".
- ⑨ Dualité analytique...
- ⑩ Riemann-Roch et [plus] connexes (faisceaux pseudo-cohérents de Modules), analytique ou algébrique. (cf. SGA 6).
- ⑪ Structures et groupes de la catégorie des schémas [morcelés]. Foncteur de Néron relatif à un anneau de valuation discret.
- 12) ¹ Mise au point, et extensions diverses, de la théorie des modèles de Néron.
- ⑬ Théorèmes asymptotiques pour les foncteurs de Greenberg, relatifs à un anneau localement complet ou hensélien.
- 14) Structures des Topos (questions d'existence de foncteurs fibres...). Structure des champs, champs représentables...
- ⑮ Théorie de types d'homotopie des Topos, induisant une définition des π_i à morceaux infinitésimaux. Théorèmes de Hurwicz. Suites exactes d'homotopie. Théorèmes de comparaison.
- ⑯ Théorie de spécialisation du "vrai" groupe fondamental, pour une famille de courbes.
- 17) Séparation des foncteurs, classes de correspondances. Cas de représentabilité de non représentant de $\text{Pic}_{X/S}$, X de dimension relative 1 sur S .
- ⑰ Question du passage au quotient dans le cas arbitraire et de l'effectivité de données de descente plates.
- ⑱ Théorie d'amplitude pour cycles de dimension quelconque.

¹Commencé par Raynaud

- ②0) Vanishing theorem. Cas des espaces homogènes.
- ②1) $H^*(X, F) \longrightarrow H^*(X_0, F_0)$ (X_0 fermé dans X , cohomologie étale), quand est-ce un isomorphisme ? Suffit-il que ce soit vrai en dimension 0 ? Cas $X = \text{Spec } A$, $X_0 = \text{Spec } A/J$, A J -adique séparé complet. Cas de la localisation étale le long de $X_0 \subset X$, X affine.
- 22) Structure des catégories abéliennes avec produit tensoriel (plus ou moins) rigide, en termes de représentations linéaires de groupes proalgébriques, et de représentations de gerbes... (préliminaires algébriques à la théorie des motifs).
- 23) Théorie de Chow pour schémas ayant un faisceau inversible ample (équivalence rationnelle des cycles). L'image inverse par $f : X \longrightarrow Y$ sont être définie, sous seule condition que Y soit régulier.
- ②4) Sur une variété projective lisses [sur k corps algébriquement dans un 1-cycle équivalence à 0 est-il équivalent à zéro ? En dimension 4, cycles de dimension 2, équivalence numérique = équivalence hom ??]
- ②5) Le produit de deux cycles algébriques équivalent à 0 est-il toujours équivalent à 0 ? ("Problème des carrés"). Un 0-cycle qui est algébriquement équivalent à 0 est-il rationnellement équivalent à 0 ? Question sur l'équivalence rationnelle des 0-cycles sur une surface.
- 26) Théorie de Rosenlicht relative (sur base quelconque).
- 27) Adèles des schémas de dimension quelconque. Jacobiennes locales.
- ②8) Construction d'une théorie abstraite des motifs sur préschémas de type fini sur \mathbf{Z} (construction catégorique générale).

