RÉDACTION N° 383 bis

COTE : **PCR 076**

TITRE : **Grothendieck :**
Suggestions sur les Gries et Algoupes de Lebres (N° 383)

FONDS PIERRE CARTIER

NOMBRE DE PAGES : **3**

NOMBRE DE FEUILLES : **3**

P.C.

Grothendieck : Suggestions sur les Gries et Algoupes de Lebres (n° 383)

* * *

Dans le tableau VII, 33, mettre après la ligne consacrée à l'indice de connexion, une ligne pour la détermination du groupe des automorphismes du schéma de Dynkin ; on a en effet constamment besoin de ce dernier, tout comme du premier, dans les questions de H^1 des groupes semi-simples.

Mettre dans un dépliant la définition des objets suivants :

1) Matrices de Coxeter et groupes de Coxeter ;

2) Matrices de Cartan ;

3) Systèmes de racines ;

4) Groupes engendrés par des symétries ;

5) Diagrammes de Dynkin ;

et y indiquer les relations logiques exactes entre ces cinq notions, résumant éventuellement des scholies qui seraient rajoutés dans le texte lui-même.

Dans la définition des systèmes de racines, je préfère une rédaction antérieure dans laquelle on se donne des réseaux et ne suppose pas que les vectoriels (sur $\underline{Q}$, ou sur $\underline{R}$) engendrés par les racines soient tout (axiome SR_{III}). Raisons géométriques évidentes à cette préférence, pour la classification des groupes algébriques réductifs, ou des groupes compacts ... en termes de systèmes de racines. En tout état de cause, la notion la plus fine mérite d'être explicitée, avec une terminologie simple. Du point de vue présentation, je trouve préférable de ne pas introduire de forme quadratique dans la définition, mais d'adopter une définition symétrique par rapport aux deux réseaux duaux : on se donne des réseaux duaux P, P', une partie $(x_i, x'_i)_{i \in I}$ de $P \times P'$ satisfaisant $\langle x_i, x'_i \rangle = 2$ pour tout i, et telle que pour tout i, la symétrie dans $P_{\underline{Q}}$ définie par (x_i, x'_i)

invarie P dans $P_{\underline{\underline{Q}}}$ (ou de façon équivalente, P' dans $P'_{\underline{\underline{Q}}}$) ainsi que l'ensemble des x_i (ou de façon équivalente, l'ensemble des x'_i) ; enfin, on supposera que $i \neq j$ implique $x_i \neq x_j$ (ou même, si on y tient, x_i non proportionnel à x_j). Les x'_i seront les racines, les x_i les copoids ; échangeant le rôle des uns et des autres on trouve le système de racines dual. Expliciter les relations entre cette notion et celle de la rédaction 383, IV, déf. 1, en termes des réseaux intermédiaires entre le réseau des racines et celui des poids (défini comme polaire de celui des copoids).- L'identification des espaces à leurs duals à l'aide d'une forme quadratique me semble obscurcir notablement la situation, et d'ailleurs il ne semble pas que la forme de Killing sur l'espace vectoriel défini par un système de racines ait (quand on part d'un groupe algébrique par exemple) une signification géométrique bien nette.