

Afghanistan

33 rue de Valenciennes

Nancy (M. d. M.)

Nancy le 16.12.1950

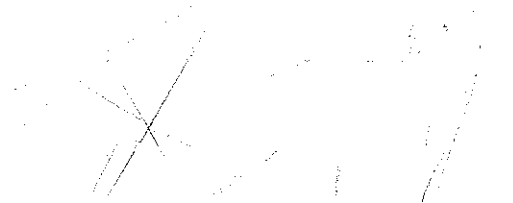
Cher Monsieur Dixmier,

Merci pour votre lettre et votre tirage à part. - Malheureusement, la suggestion que vous me faites en ce qui concerne bien sûr, les minimisations, dont vous parlez sont à priori inadmissibles dans le fait de prendre un flot compact comme minimal (ce qui est possible grâce au théorème de Zorn).

Il est bien vrai que dans un espace complet quelconque, l'enveloppe convexe fermée d'un point et d'un flot compact est un flot compact. Évidemment vous ne donnez la démonstration dans le cas où l'espace est séparable; dans le cas contraire, on remarque que d'après le théorème d'Heine, il suffit de montrer que les voies extraites de l'enveloppe convexe admettent un point appartenant à elle-même, ce qui se vérifie immédiatement au cas séparable. - Notez qu'il existe un assez grand nombre de théorèmes dont l'importance est faite intervenir

aucune condition de dérivabilité, et qui en fait  
 n'importe quel cas l'axe des th. d'Elcstein  
 (y'en connaissez des exemples en univoque). Ce tient  
 à ce que l'ensemble des suites permet d'obtenir  
 plusieurs de dérivées sur l'intervalle d'un point  
 unique de fonction bornée dans leur ensemble!

Vous me demandez avec raison comment, du  
 théorème sur le moyennage de fonctions fct. v.p.,  
 — pourrait déduire qu'on peut glisser d'opéra-  
 tions dans un doublet et semblable à un  
 groupe d'opérations unitaires. Ici on savait que  
 les fonctions sur  $G$  de la forme  $\rho_{x,y}(s) = \langle T_x^s, T_y^s \rangle$   
 sont fct. v.p., on n'avait qu'à considérer  
 le groupe bilinéaire sur  $\mathcal{H} : B(x,y) = M_x(\langle T_x^s, T_y^s \rangle)$   
 $= M(\rho_{x,y})$ , où  $M$  est le moyennage invariante sur  
 l'axe des fonctions fct. v.p., et l'affirmation  
 apparaîtrait aisément. J'avais eu l'impression que ces  
 $\rho_{x,y}$  sont des fct. v.p., mais n'en étais sûr  
 plus la semaine dernière que je vous écrit, de  
 sorte qu'il me semble bien possible que je me  
 sois trompé — mais je n'en suis pas sûr. Une  
 ou deux semaines — je suis particulièrement pris  
 par des soucis matériels de recherche de logement et de  
 déménagement, et de l'autre part une autre recherche



au cours, je ne peux pas avant quelques semaines  
 examiner la question de près, ainsi j'ai préféré vous  
 répondre ~~à~~ de suite. - Il est évident que la  
~~relation~~ : dit de  $\mathbb{P}_g$  est  $\mathbb{P}_{T_x^0, T_y^0}$ , or  
 $\mathbb{P}$  provient de  $\mathbb{P}_{\text{rel}}$  par  $\mathbb{P}_g$ ,  $T_x^0$  et  $T_y^0$  proviennent  
 des parties  $\text{flt. rel.}$   $\mathbb{P}$   $\mathbb{P}$  de  $\mathbb{H}$ . D'autre part  
 $(a, b) \rightarrow \mathbb{P}$  est l'application bilinéaire continue  
 de  $\mathbb{H} \times \mathbb{H}$  dans  $C^\infty(\mathbb{G})$ . Il en résulte  
 malheureusement  $\rightarrow$  pas pour autant que l'ensemble  
 des  $\mathbb{P}_{T_x^0, T_y^0}$  est une partie  $\text{flt. rel.}$   
 de  $C^\infty(\mathbb{G})$ , car il est possible de trouver  
 une application bilinéaire continue du produit  
 de deux éléments dans un Banach, telle  
 que l'image de produit de deux éléments unitaires  
 soit pas  $\text{flt. rel.}$   $\mathbb{P}$ . - Peut-être un autre  
 $\mathbb{P}$   $\mathbb{P}$   $\mathbb{P}$   $\mathbb{P}$  ?

Je vous joins le brouillon à part de ma dernière  
 note.

Recevez mes cordiales salutations

A. Grothendieck

P.S. des autres résultats de ma précédente lettre, et de  
 ailleurs, ont été repris par moi avec un peu de soin pour  
 être ~~dit~~ : fait certains !