NOTES SUR LE DIPLODOCUS GROTHENDIECK DES VARIETES

(Chapitre 0, Catégories de variétés, n°262 ; chap. I, le Formalisme différentiel, n° 270)

Congrès du Diabolo, Die, Juin-Juillet 1957 - Tribu n° 42

Le Congrès n'a pas pris de décision générale quant à ces chapitres et attend pour celà le chap.II. Il est, en tous cas, assez satisfait de ceux-ci. Il note les points suivants :

a) Des chapitres préliminaires sur les catégories et foncteurs, et sur les fibrés sont absolument nécessaires.

b) une place un peu trop grande a été donnée à la Géométrie Algébrique, ce qui occasionne quelques complications techniques.

c) L'ordre des matières devra être sérieusement discuté.

Chapitre 0 - §1

Il y a, en fait, 3§ (n°1-8,n°9-12 sur les fibrés, n°14-16 sur les modèles). Le bas de la p.1 est canulé (il faut supposer que f est un isomorphisme). Pour les sous catégrories topologiques (p.3), il est plus simple de partir de (i) et (ii). A la 1.2 p.4 il est dangereux de se borner aux couples (i,j) tels que $U_i \cap U_j \neq \emptyset$. Un $\sum$ en bas de la p.6. Au n°4 appeler "recollables" les catégories en question ; il faudrait essayer d'axiomatiser cette notion "conjonctive" qui est canularesque. Rajouter les semi-parfaites à la p.11. Au n°7 il peut être utile de définir la structure quotient sur n'importe quelle image surjedtive de X. Effacer le "^" à la 1.6, bas, de la p.18. Le cor.1, p.20 est une condition nécessaire et suffisante. La "terminologie "locale-prélocale", topologie-prétopologique" n'est pas heureuse (la pôvre!!) . Dire (vers p.25) "fibré monotypé" au lieu de "homogène". A la 1.5 de la p.46, il s'agit du graphe de f ; le dire. A la p.47 remonter le laius avant M.1.

Chapitre 0 § 2 -

A la p.62 dire qu'on s'occupe d'une sous catégorie de celle des espaces annelés ; CV.1 ne marche que sur un corps algt. clos, et il faut l'arranger ("il existe un espace réduit à un point tel que a)...b)...") ; arranger les autres CV en fonction de ceci ; idem. Prop.5 (p.65). Bourbaki est très content des fibrés vectoriels.

Chap.I- §1 -

Il faut identifier les k gothiques et les k ordinaires. La notation $d_{A/K}f$ est quelquefois utile pour ne pas se gourrer (déf.2). Inverser les n°3 et 4. Un $\sum$ pour la formule (5) (p.12) ; intervertir les 2 termes du second membre de la seconde formule(5). Donner (10) sous la forme $i_X(\omega_1 \wedge \ldots \wedge \omega_n) = \ldots$; éviter les degrés en exposant ; remonter (9). Un $\sum$ pour la remarque en bas de la p.14 (l'usage est d'écrire ad_X).

Chapitre I, § 2 -

Mettre, entre astérisques, l'exemple des fibrés, et suivre cet exemple ; ça éclaire bien. Ne pas bloquer la lettre θ ; ρ serait mieux On pourrait dire "algèbre de Lie de base A" (déf.1)(??).Il y a aussi la notion de module sur une -algèbre de Lie, et celle de morphisme pour ces modules. Vider l'ex. 4,p.20. Dans l'ex.5 (p.20-21) faire directement le produit semi-direct de D(M) par M (considéré comme alg. lie abélienne sans l'interpréter comme ensemble d'endomorphismes de M. A la p.22, remplacer "sans torsion" par "à courbure nulle". A la p;24 l'ex.2 est celui du fibré à fibre réduite à un point, et l'ex. 3 est celui du fibré trivial. Dans la déf. 3 on dira "stationnaire" au lieu de "invariant". Vider le cor., p.26, où on ne fait que quantifier. Au n°4 le signe étrange est celui de la somme directe. Dans la prop.2, M_0 joue un rôle spécial ; donc changer la notation. Remonter les l.7-3 bas de la p.30 avant l'alinéa précédent. Dans la prop.4 donner, à la place de f), l'homomorphisme $\otimes \underline{L}_A(M_i,N_i) \longrightarrow \underline{L}_A(\otimes M_i, \otimes N_i)$. A la p.32 on peut mettre plusieurs modules de base. Au n°5 ne pas employer p pour autre chose que la caractéristique. Un $\mathcal{Z}$ en haut de la p.39 ; la formule $dd\omega = K\cup\omega$ est valable pour les gens de tous degrés, et c'est fort utile ; démontrer la formule $d\,\delta_X\omega - \delta_X d\omega = (i_X K)\cup\omega$ ce qui entraîne le cor.1. Au n°6 donner les formules disant comment se changent courbure, différentielle extérieure et torsion lorsqu'on ajoute un tenseur à D. On n'aime pas l'identification de la 1.8, p.43

Le lemme de la p.45 est un théorème ; il comprend deux parties ; ce que (i) et (ii) expriment, ce que(iii) apporte de plus (c'est à dire Jacobi) ; pour celà on démontre Jacobi en 4 cas, en se ramenant au cas où les arguments sont, soit minuschoses, soit majuschoses (3 minuscules = Jacobi dans $\underline{a}_0$; 1 majuscule, 2 minuscules = le fait que D'_X est une dérivation de $\underline{a}_0$; 3 majuscules = nullité de dU ; 2 majuscules, 1 minuscule = égalité de adU(X,Y) et K'(X,Y)). Le th.2 est un cor. et c'est la deuxième identité de Bianchi.

Au n°7 dire qu'une diff. absolue est une connexion sur le module $\underline{g}(A)$. Donner la formule explicite de calcul de la dérivée extérieure usuelle à partir des D_X. La formule (21) p.52 (qui'l faut arranger) doit remonter vers le th.1. Blanchot pour le long laius qui la suit ; dire "forme de courbure" (p.52). Ne pas identifier en haut de la p.53.

Dans la déf.7, T est le D de qq.chose de plus simple. A la p.54, il faut faire le calcul en utilisant la formule de $\omega = K \wedge \omega$ (si $\omega \in C^1(g,g)$ est l'application identique, alors on a $T = d\omega \in C^2(g,g)$, d'où ($dT = K \wedge \omega$ et ceci est la formule (29)). L'hypothèse sur 2 dans le th.3 n'est utile que pour l'unicité, et "2 non diviseur de 0" suffit.

A la p.57, il faut mettre beaucoup plus de formules du rapport Borel, en fait tous les calculs du cas riemannien. Après le § faisceautique, on ajoutera un de traductions indicielles.

Chap.I, §3 - Eviter la lettre k pour les entiers ; j est mieux. Bravo pour la déf.1. Cartier dit que $P_k(M) = P_k(A) \otimes_A M$, et ça à l'air vrai. La formule(6) (p.64) est jolie et astucieuse. L'exercice 2, p.79 résulte de la formule Cartier, et pourrait aller dans le Texte. Le n°8 se rattache aux "pierres". Barrer la 1.3 de la p.96 (déjà fait). Le n°12 (pp.110 sqq.) doit aller en Alg. Commutative, les rappels seront raccourcis ; le lemme 5(p;114) ne caractérisen pas les points abst. simples, mais la notion plus restrictive de points simples à corps des restes séparables : on trouve qu'il y a trop de critères (mettre le critère jacobien, et c'est tout).

Chap.I, § 4 - On est d'accord avec les remarques du rédacteur, L'ex. 1 (p.142) couvre aussi la géométrie analytique de caract.p. L'axiome ED2 (p.146) est inquiétant. On se demande pourquoi il faut prendre k parfait à la 1.8 de la p.151. D'accord pour le lemme demandé en haut de la p.152. La prop.3 n'exclut que les points d'inégales caractéristiques. Faire, à la p.163, le lien avec le chap. sesquilinéaire, §des angles (!!)