

# Géométrie arithmétique des polygones réguliers

---

par  
Alexander Grothendieck

Transcription by



Edited by Mateo Carmona  
mateo.carmona@csg.igrothendieck.org  
Centre for Grothendieckian Studies (CSG)  
Grothendieck Institute  
Corso Statuto 24, 12084 Mondovì, Italy

© 2024 Grothendieck Institute  
All rights reserved

This transcription is derived from an unpublished scan provided by the Montpellier archive with the reference “Cote n° 75”. This project was carried out by researchers and volunteers of the CSG under the supervision of Mateo Carmona. More details are available at:

<https://csg.igrothendieck.org/transcriptions/>

How to cite:

Alexander Grothendieck. *Géométrie arithmétique des polygones réguliers*. Unpublished, 1977/78. Transcription by M. Carmona et al., CSG, Grothendieck Institute. Draft, April 2024.



Cours DEA 1977/78 de A. Grothendieck  
**Géométrie arithmétique des polygones réguliers**

---

Ce “cours” se fera dans l’esprit d’une investigation en *commun* de multiples facettes de la notion de polygone régulier au-dessus d’un corps de base, puis d’un anneau de base quelconque. Ce sera une occasion stimulante pour nous familiariser avec les notions de base de géométrie vectorielle, affine, projective — avec ou sans métrique — en dimension un, deux et trois, et avec les phénomènes particuliers à ces dimensions, ainsi qu’avec les aspects parfois imprévus que prennent des notions familières (comme celle de réflexion, ou de centre d’un polygone régulier) sur les corps de caractéristique positive, et notamment sur les corps finis. Le besoin d’une géométrie sur des anneaux de base généraux (tel l’anneau “sur lequel s’écrit” le  $n$ -polygone régulier “le plus général”) se fera sentir en cours de route, et nous amènera sans doute à affleurer quelques points de fondements de géométrie algébrique. Si le temps le permet et si d’autres investigations ne nous retiennent, nous tenterons, dans la volée, de construire l’icosaèdre régulier “général” sur un anneau de base convenable, fini sur l’anneau  $\mathbf{Z}$  des entiers, ayant des corps résiduels de toutes caractéristiques. (La caractéristique deux donnera sans doute du fil à retordre !).

À partir d’un point de départ intuitif et familier, ce “cours” voudrait être une ouverture à un univers fascinant, pleins de mystères qui ne demandent qu’à être élucidés. Il ne peut donner des fruits qu’avec une participation active de l’étudiant et un travail personnel important, notamment pour développer avec le

détail nécessaire les nombreux points (de fondements notamment) qui n'auront été qu'esquissés dans le "cours". Il lui est très fortement conseillé de suivre en même temps le cours C4 sur l'icosaèdre, qui se fera dans un esprit analogue. Il y aura sans doute de nombreuses interférences entre ces deux cours de réflexion.

